מס' מחברת __________________________ מס' ת.ז __________________________

מודלים חישוביים - בוחן אמצע

מרצה: פרופ' בני שור

מתרגלים: גל רותם ואורית מוסקוביץ'

12.12.2014

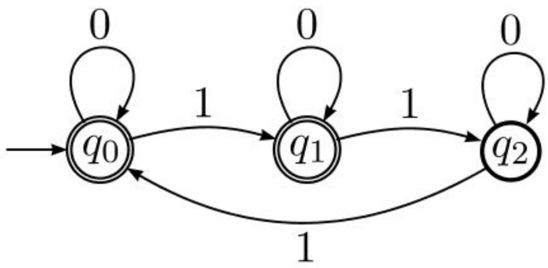
<u>הנחיות:</u>

1. משך הבחינה: שעתיים.
2. בבחינה 7 שאלות.
   עליכם לענות על 6 שאלות מתוכן.
3. יש לסמן כאן: ☐ איזו שאלה לא לבדוק.
4. אם לא יסומן דבר, 6 השאלות הראשונות יבדקו.
5. בשאלות מרובות בחירה, הקיפו בעיגול את התשובה וכתבו במילים את בחירתכם במסגרת המתאימה.
6. אין להשתמש בחומר עזר.
7. משקל כל השאלות זהה (17 נק' לשאלה).
   הניקוד המקסימלי הוא 102.
8. יש למלא את כל התשובות על טופס הבחינה.
   מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תבדק.

בהצלחה!

מס' מחברת ___________________________ מס' ת.ז ___________________________

1. נתון ה־DFA הבא:



תהי L השפה שמתקבלת ע"י האוטומט הנתון.

כמו כן:

- תהי L_1 השפה המתקבלת ע"י הביטוי הרגולרי: $(0^* \cup 0^*10^*)(10^*10^*10^*)^*$
- תהי L_2 השפה המתקבלת ע"י הביטוי הרגולרי: $(0^* \cup 0^*10^*)(10^*10^*1)$
- תהי L_3 השפה המתקבלת ע"י הביטוי הרגולרי: $(0^* \cup 0^*10^*)(10^*1)^*$

<u>בדיוק אחד</u> משלושת הביטויים הרגולריים הבאים שקול לאוטומט הנתון.

עבור כל אחת מהשפות L_i <u>הקיפו בעיגול</u> האם $L_i = L$ או $L_i \neq L$.

עבור שתי השפות המקיימות $L_i \neq L$, <u>הראו מילה s</u> שמתקבלת ע"י האוטומט אך לא ע"י הביטוי, או להיפך, וציינו האם $s \in L \setminus L_i$ או $s \in L_i \setminus L$.

(א) $\boldsymbol{L_1 = L}$ או $L_1 \neq L$

(ב) $L_2 = L$ או $\boldsymbol{L_2 \neq L}$

$s = 111111 \in L \setminus L_2$

(ג) $L_3 = L$ או $\boldsymbol{L_3 \neq L}$

$s = 11 \in L_3 \setminus L$

מס' מחברת ___________________________ מס' ת.ז ___________________________

2. נגדיר את השפה:

$$L_1 = \{0^k u 0^k \mid k \geq 1, u \in \Sigma^*\}$$

מעל א"ב $\Sigma = \{0,1\}$.

כמה מחלקות שקילות מעל היחס $\sim_{L_1}$ יש לשפה?

תשובה: $\boxed{\text{(ב)}}$

(א) 3

(ב) **4**

(ג) 5

(ד) אינסוף

3. נגדיר את השפה:

$$L_2 = \left\{ w \in \{a,b,c\}^* \;\middle|\; \begin{array}{r} \text{יש זוג אותיות } \sigma_1, \sigma_2 \text{ מתוך } a,b,c \\ \text{כך שמספר המופעים של} \sigma_1 \text{ ו־} \sigma_2 \text{ ב־} w \text{ שונה} \end{array} \right\}$$

אזי L_2 היא:

תשובה: $\boxed{\text{(ג)}}$

(א) שפה סופית

(ב) שפה אינסופית ורגולרית

(ג) **שפה לא רגולרית, אך חסרת הקשר**

(ד) שפה לא חסרת הקשר

4. הראו שפה L, כך ש־ L אינה רגולרית, אך L^* רגולרית. הסבירו בקצרה.

$$L = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\} \cup \{0,1\}$$

$$L^* = \{0,1\}^*$$

5. נגדיר את הפעולה:

$$A \diamond B = \{xy \mid x \in A \text{ and } y \in B \text{ and } |x| = |y|\}$$

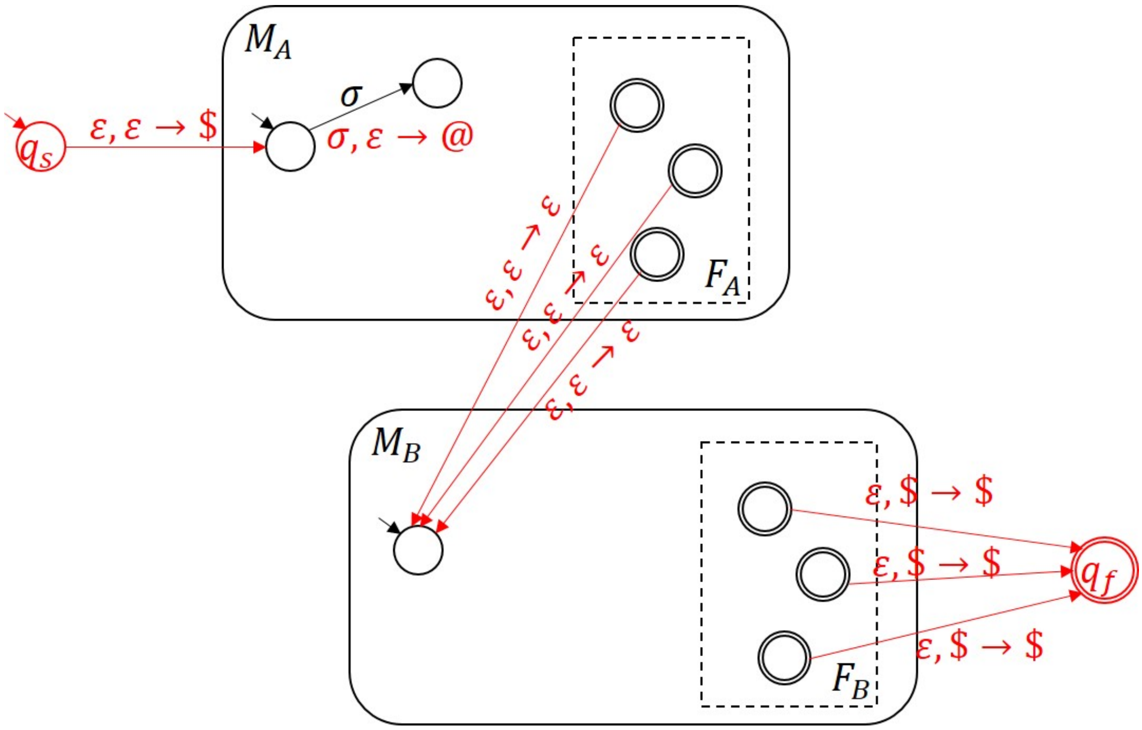
נתון כי A, B רגולריות. תארו במילים אוטומט מחסנית עבור השפה $A \diamond B$.

יהיו $M_A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, q_A, F_A)$ ו־ $M_B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, q_B, F_B)$ ה־DFAים המקבלים את B, A בהתאמה.

נבנה אוטומט מחסנית עבור $A \diamond B$:

$$P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$$

- $Q = Q_A \cup Q_B \uplus \{q_s, q_f\}$
- $\Gamma = \{\$, @\}$
- Transition function:
  - $\delta(s, \varepsilon, \varepsilon) = (q_A, \$)$
  - $\delta(q, \sigma, \varepsilon) = (\delta_A(q, \sigma), @)$ $\quad \forall q \in Q_A, \sigma \in \Sigma$
  - $\delta(q, \varepsilon, \varepsilon) = (q_B, \varepsilon)$ $\quad \forall q \in F_A$
  - $\delta(q, \sigma, @) = (\delta_B(q, \sigma), \varepsilon)$ $\quad \forall q \in Q_B, \sigma \in \Sigma$
  - $\delta(q, \varepsilon, \$) = (q_f, \varepsilon)$ $\quad \forall q \in F_B$
- $q_0 = q_A$
- $F = \{q_f\}$



מס' מחברת ____________________________ מס' ת.ז ____________________________

6. תזכורת: $w \in L^n$ אם קיימים $w_1, \ldots, w_n \in L$ כך ש־ $w = w_1 \ldots w_n$.
נגדיר את הפעולה:

$$A\#B = \{x\#y \mid \exists n \in \mathbb{N}.\ x \in A^n \text{ and } y \in B^n\}$$

נתון כי A, B חסרות הקשר. הראו דקדוק חסר הקשר היוצר את השפה $A\#B$.

A, B שפות חסרות הקשר, לכן יש להן דקדוקים הגוזרים אותן:
$G_A = (V_A, \Sigma, R_A, S_A)$ ו־ $G_B = (V_B, \Sigma, R_B, S_B)$
נגדיר דקדוק חדש עבור $A\#B$:

$$G = (V, \Sigma, R, T)$$

- $V = V_A \cup V_B \uplus \{T\}$
- $R = R_A \cup R_B \uplus \{T \to S_A T S_B, T \to \#\}$

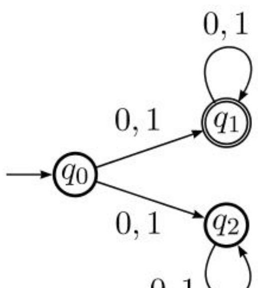
7. יהיו M_1, M_2 שני NFA־ים זהים לחלוטין הנבדלים רק בקבוצת המצבים המקבלים שלהם. כלומר,

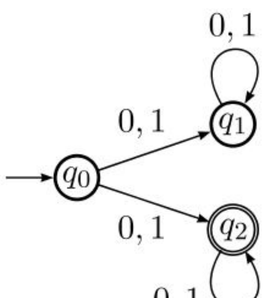
$$M_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \mathbf{F_1})$$
$$M_2 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \mathbf{F_2})$$

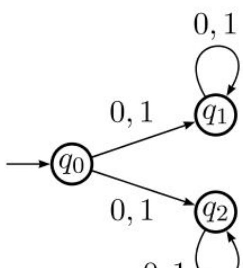
נגדיר את ה־NFA הבא:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \mathbf{F_1} \cap \mathbf{F_2})$$

<u>הוכיחו / הפריכו:</u> $L(M) = L(M_1) \cap L(M_2)$

M_1: 

M_2: 

M: 

$\Longrightarrow L(M_1) = L(M_2) = \{0,1\}^*$ however, $L(M) = \emptyset \neq L(M_1) \cap L(M_2)$